

〈論 文〉

効用の個人間比較と社会選択

Interpersonal Comparison of Utility and Social Choice

森 統
MORI Osamu

キーワード 効用の個人間比較可能性、Arrowの不可能性定理、単純多数決原理、功利主義、レクシミン原理

1. はじめに

Arrow(1963)は、有名な一般不可能性定理の論証において、「効用の個人間比較は無意味であり、実際に個人の効用の可測性は厚生比較にとって何の意味もない」(p.9、邦訳15頁)という見解に基づき、各個人の選好順序の情報のみに依拠した社会厚生関数を考察の対象とした。この定理の結果には個人間の効用比較の不可能性が本質的にかかわっていることは、Sen(1970)以降の社会選択理論の展開が明瞭に示している。この場合、個人間の効用比較の不可能性とは、個人間における効用の大小比較が社会的選好関係の形成にとって意味をなさないことを指す。個人間の効用比較には効用水準の比較と効用差の比較があるが、これらの比較可能性を排除し個人の選好順序のみに基づいて社会的選好関係の形成を要請する条件は、もとより、功利主義やレクシミン原理とは相容れない。例えば、Sen(1970)は、効用の基数的な尺度の取り方によっては、功利主義の基準が¹、Arrowが仮定した無関係な選択肢からの独立性を満たさないことを簡単な仮想例の設定によって示している。(Sen(1970)第7章)

Arrowの不可能性定理に先立って、単純多数決原理を公理によって基礎づける試みがMay(1952)によってなされている。単純多数決原理こそは、個人間の効用比較を必要としないとする前提にたつが、それを特徴づける条件はむしろ個人間の効用比較をあえて拒否する要請を含んでいると見なすことができる。事実、効用差や効用水準の比較が重要な要素となる功利主義やレクシミン原理は自ずと形成されるべき社会厚生関数の候補から除外されることになる。本稿では、これを具体的に確認する。

Sen(1970)が導入した社会厚生関数を用いた分析において、個人間効用比較の可能性は、個人の序数的効用関数または基数的効用関数の、いくつかの種類の単調増加変換に関

する社会的選好順序の不変性の諸条件として捉えられてきた。そして、d'Aspremont and Gevers(1977)、Hammond(1976)、Gevers(1979)、d'Aspremont(1985)らによって示されたように、効用水準や効用差の個人間比較が可能である場合には、功利主義(効用差の比較可能性)やレクシミン原理(効用水準の比較可能性)が社会厚生汎関数として成立する可能性が生じてくる。

一方、Bossert(1991)は、個人間の効用比較に関する条件を、不変性の諸条件において効用関数の単調増加変換に基づく定義ではなく、効用水準あるいは効用差の大小比較による意味づけ(meaningful statements)の観点から定式化した。Bossert(1991)の定式化によって、特に、功利主義を含むいかなる社会厚生汎関数も、効用差の個人間比較において効用差の大小関係が明らかであるだけでは形成しえないことが明らかにされている。

本稿の2節において、単純多数決原理を基礎づける公理が効用の個人間比較を拒否するがゆえに、功利主義とレクシミン原理と矛盾することを示す。3節では、効用の個人間比較の可能性を効用関数の単調増加変換によって定式化した伝統的な不変性の条件とBossert(1991)が導入した、「意味づけ」の観点から定式化した不変性の条件について整理する。4節では、d'Aspremont and Gevers(1977)の定式化と展開を基調として、Bossert(1991)の不変性の条件を導入しながら、功利主義とレクシミン原理の公理論的な特徴づけについてまとめる。そして、我々は、いずれの不変性の条件においても直接効用の個人間比較の可能性を規定するというよりは、個人間比較が可能であったとしても特定の効用の変化を社会的選好関係の形成にはあえて考慮に入れないとする要請と解釈し、この解釈に基づいて功利主義とレクシミン原理の相違について述べる。5節には結語的覚書を記す。

2. 単純多数決原理を基礎づける公理

本節では、以下のようなモデルを設定する。社会には、 $n(\geq 3)$ 人の個人が存在し、個人の集合を $N=\{1, \dots, n\}$ で表す。 E は実数の集合を表す。 X は、3つ以上の数の選択肢の集合を表す。各個人 $i=1, \dots, n$ は、 X における選好順序 R_i をもっていると仮定する。すなわち、 R_i は X 上の反射的、完備でかつ推移的である二項関係である。任意の $x, y \in X$ について xR_iy は個人 i が x は y と少なくとも同程度に選好することを意味する。また、 xP_iy は個人 i が x を y よりも選好することを示す。これはすなわち、 xR_iy であって yR_ix ではないことを意味する。そして、 xI_iy は個人 i が x と y を同程度に選好することを示す。これはすなわち、 xR_iy でありかつ yR_ix であることを意味する。

社会的選好関係 R は、 X 上の反射的かつ完備ではあるが、必ずしも推移的でない2項関係

であるとする。個人的選好順序の場合と同様に、任意の $x, y \in X$ について xRy は社会が x は y と少なくとも同程度に選好することを意味する。また、 xPy は社会が x を y よりも選好することを示す。これはすなわち、 xRy であって yRx ではないことを意味する。そして、 xIy は x と y を社会が同程度に選好することを示す。これはすなわち、 xRy でありかつ yRx であることを意味する。

Sen(1970)は、May(1952)の分析を発展させ、公理による単純多数決原理の基礎づけを展開した。単純多数決原理は、次のように定義される。

単純多数決原理

任意の選択肢 $x, y \in X$ について xPy である個人の数が yPx である個人の数よりも多いときそのときに限り xRy である。

Sen(1970)は、以下の4つの公理を設定する。

(1) 定義域の非限定性(unrestricted domain)

社会的選好関係を形成する対象は、個人の選好順序の論理的に可能な組合せをすべて含む。

(2) 匿名性(anonymity)

ある個人的選好順序の組合せについて、どの個人がどの選好順序を持っているかには無関係に、社会的選好関係が決定される。形式的には、次の通りである。

個人的選好順序のプロファイル (R'_1, \dots, R'_n) が (R_1, \dots, R_n) の並べ替えであるとき、任意の選択肢 $x, y \in X$ について xRy であるときそのときのみ $xR'y$ である。

(3) 中立性(neutrality)

2つの選択肢 x と y についての個人の選好順序が、選択肢 x を選択肢 w に、選択肢 y を選択肢 z に置き換えた場合の個人の選好順序と全く同じ形を示すならば、 y に対する x の社会的選好関係は、 z に対する w の社会的選好関係と同じものにならなければならない。形式的には次の通りである。

2つの個人的選好順序のプロファイル (R_1, \dots, R_n) と (R'_1, \dots, R'_n) と任意の社会状態 $x, y, w, z \in X$ について、 $(xRy \Leftrightarrow wR'z) \& (yRx \Leftrightarrow zR'w)$ が全ての個人 $i \in N$ に関して成立するとき $(xRy \Leftrightarrow wR'z) \& (yRx \Leftrightarrow zR'w)$ である。

中立性の公理は、個人の選好順序が同型でありながら、選択肢の内容が変わることによって社会的選好関係が異なることはないことを要請している。

(4) 個人的評価と社会的評価の正の連関性(positive responsiveness)

2つの異なる選択肢 x と y について、個人的選好順序において y に対する x の選好順序が以

下の意味で上昇したとする。すなわち、 y よりも x のほうが厳密に選好する個人は、やはり y よりも x の方を厳密に選好する。また、 x と y が無差別である個人は、 y よりも x の方が少なくとも同程度に選好する。そのうえに、少なくとも一人の個人については、 x と y が無差別であった選好が x を y よりも厳密に選好ようになるか、あるいは、 x よりも y を厳密に選好していたのが、 x を y よりも少なくとも同程度に選好ようになる。このとき、もともと x が y より社会的に少なくとも同程度に選好されていたならば、変化後も x は y よりも社会的に厳密に選好される。形式的には次の通りである。

2つの個人的選好順序のプロファイル (R_1, \dots, R_n) と (R'_1, \dots, R'_n) と任意の社会状態 $x, y \in X$ について、 xP_iy なる個人 $i \in N$ に関してすべて xP'_iy 、 xI_iy なる個人 $i \in N$ に関してすべて xR'_iy であるとする。そのうえで、 xI_jy なる少なくとも1人の個人 $j \in N$ に関して xP'_jy 、あるいは、 yP_kx なる少なくとも1人の個人 $k \in N$ に関して xR'_ky となるときには、 $xRy \Rightarrow xP'y$ である。

これらの条件によって以下の定理が導かれる。

定理1. (Sen(1970)の定理5*.1)：社会的選択ルールは、定義域の非限定性、匿名性、中立性および個人的評価と社会的評価の正の連関性を満たすとき、その限りにおいて、単純多数決原理となる。

証明：Sen(1970)参照。

上記4つの条件は一見もっともらしい要請であるが、個人間の効用比較や個人の基数的効用の可測性に対する考慮は排除されていることに注意が必要である。単純多数決原理が功利主義ともレクシミン原理とも矛盾する結果をもたらすことはほぼ自明であるが、そのことはとりもなおさず、功利主義とレクシミン原理はこれらの条件のいずれかに抵触することを意味する。事実、中立性の公理、および個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理が、いずれも功利主義ともレクシミン原理とも相容れない。このことを示すために、以下では個人 i の選好順序 R_i は、効用関数 $u_i : X \rightarrow E$ で表され、全ての $x, y \in X$ について xR_iy は $u_i(x) \geq u_i(y)$ を意味するとする。加えて、ここでは基数的効用を想定し個人間で比較可能としよう。このとき、功利主義は、各個人の効用の合計がより大きい社会状態を社会的に選好することを要請する規準である。また、マクシミン原理は、最悪の状況にある個人が最も大きな効用を得るような社会状態が社会的に選好されることを求める規準であり、レクシミン原理は2つの選択肢の間で最悪の境遇にある個人を比較して両者の効用が等しければ、

次に悪い境遇の個人を比較して効用の高い方の社会状況を選好するというようにマクシミン原理を辞書式順序で適用する規準である。

さて、功利主義や、マクシミン原理あるいはレクシミン原理においては中立性の公理が満たされないことが次の例によって容易にわかる。社会には3人の個人($i=1,2,3$)が存在し、社会状態の選択肢 x,y について、ある効用プロファイル $u(\cdot)$ が存在して

$$u(x)=(10,10,10)$$

$$u(y)=(5,10,20)$$

であるとする。一方、社会状態の選択肢 z,w について以下のような効用プロファイル $v(\cdot)$ が存在するとする。

$$v(z)=(8,10,16)$$

$$v(w)=(1,10,20)$$

このとき、功利主義は、 yPx かつ $zP'w$ を主張する。しかるに、中立性の公理に従えば、 $u(\cdot)$ のもとでの x と y に関する個人的選好順序と $v(\cdot)$ のもとでの w と z に関する個人的選好順序の型から yRx のとき $wR'z$ でなければならない。

他方、マクシミン原理あるいはレクシミン原理が中立性の公理を満たさないことも、上と同様の数値例から容易にわかる。社会状態 x,y について、ある効用プロファイル $u(\cdot)$ が存在して

$$u(x)=(10,10,10)$$

$$u(y)=(5,10,15)$$

であるとする。一方、社会状態の選択肢 z,w について以下のような別の効用プロファイル $v(\cdot)$ が存在するとする。

$$v(z)=(7,10,2)$$

$$v(w)=(4,10,5)$$

このとき、マクシミン原理あるいはレクシミン原理は xPy かつ $wP'z$ を主張する。しかるに、中立性の公理に従えば、 xRy のとき $zR'w$ でなければならない。

次に、同様の方法で個人的評価と社会的評価の正の連関性が、功利主義や、マクシミン原理あるいはレクシミン原理においては満たされないことを示そう。まず、功利主義が同公理を満たさない場合を示すために次の数値例を考える。社会状態 x,y について、ある効用プロファイル $u(\cdot)$ が存在して

$$u(x)=(10,10,10)$$

$$u(y)=(5,10,20)$$

であるとする。 x,y について以下のような別の効用プロファイル $v(\cdot)$ が存在するとする。

$$v(x)=(8,9,16)$$

$$v(y) = (1, 10, 20)$$

このとき、功利主義は、 yPx かつ $xP'y$ を主張する。しかるに、個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理に従えば、 yPx のとき $yP'x$ でなければならない。

他方、マクシミン原理あるいはレクシミン原理が個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理を満たさないことも、上と同様の数値例から容易にわかる。社会状態 x, y について、ある効用プロファイル $u(\cdot)$ が存在して

$$u(x) = (10, 10, 10)$$

$$u(y) = (1, 10, 19)$$

であるとする。 x, y について以下のような別の効用プロファイル $v(\cdot)$ が存在するとする。

$$v(x) = (10, 10, 8)$$

$$v(y) = (9, 9, 10)$$

このとき、マクシミン原理あるいはレクシミン原理は xPy かつ $yP'x$ を主張する。しかるに、個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理に従えば、 xPy のとき $xP'y$ でなければならない。

これらの例が示唆しているように、中立性の公理および個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理のいずれに対しても、功利主義がこれらの条件を破る理由は、効用差の大きさを計算に入れるからである。また、マクシミン原理あるいはレクシミン原理がこれらの条件を破る理由は、各効用プロファイルの最低水準の効用が変化することによるからである。

このように考えると、中立性の公理や個人的評価と社会的評価の正の連関性の公理には、たとえ効用水準や効用差の大小関係が明らかになってもあえてそれを社会的選好関係の形成において無視するべきという強い要請が含まれていると見ることができる。

3. 不変性の条件

不変性の条件は、効用の可測性と個人間の効用比較の可能性が社会選択をいかに規定するかを示すものとされる。そこでは、個人間の効用比較に主たる関心を置くので、Sen(1970)にならい、社会的選好関係が選択肢に関する個人の効用関数の関数である社会厚生汎関数を導入する。ここで改めて、個人 i の選好順序 R_i は、効用関数 $u_i : X \rightarrow E$ で表され、全ての $x, y \in X$ について $x R_i y$ は $u_i(x) \geq u_i(y)$ を意味するとする。各個人の効用関数のプロファイル(効用プロファイル)を $u = (u_1, \dots, u_n)$ とし、全ての可能な効用プロファイルの集合を $U^n(X)$ と表す。 $\mathcal{R}(X)$ を X 上の選好関係の集合とし、社会厚生汎関数 F は効用プロファイルの集合 $D \subset U^n(X)$ から、 X の社会的選好関係の集合 $\mathcal{R}(X)$ への写像 $F : D \rightarrow \mathcal{R}(X)$ である。すなわち、 F は一つの効用プロファイルに社会的選好関係を割り当てる写像で、 $R_u = F(u)$ と書け

る。ここで R_u は、ある効用プロファイル u に割り当てられた社会的選好関係を表す¹⁾。社会厚生汎関数 $F: D \rightarrow \mathcal{R}(X)$ は、反射性、完備性および推移性をすべて満たすとする。つまり、社会的選好順序を形成するような社会厚生汎関数を考える。以下では、社会厚生汎関数の対象となる効用プロファイルは考えられるすべてのものとし、次の仮定をおく。

定義域の非限定性

F は論理的に可能な全ての効用プロファイルを対象とする。形式的には、

$$D = \bigcup_n U^n(X)$$

不変性の条件は、もともと個人の効用関数のある厳密な単調増加変換を施した場合に社会的選好順序が不変にとどまるという内容であった。これに加えて、Bossert(1991)が効用の比較可能性についての意味づけとして導入した、個人の効用の個人内あるいは個人間における大小比較のあり方に関して社会的選好順序の不変性の条件が定義できる。以下では、これらの不変性の条件の主要なものについて相互の関係を明らかにしながら整理する。それらの条件の定義のなかで、 ψ_i , $i=1, \dots, n$, および ψ は適当に定義された実数の集合 E の部分集合から E への、任意の厳密な増加関数である。

効用の序数性と比較不可能性(ordinality and noncomparability)に関する不変性: Inv(ON)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(\psi_1(u_1), \dots, \psi_n(u_n)) \in U^n(X)$ である単調増加変換 ψ_i , $i=1, \dots, n$ に関して $F(u) = F(\psi_1(u_1), \dots, \psi_n(u_n))$ である。

効用の序数性と比較不可能性に関する不変性の条件Inv(ON)は、個人の効用関数について別々の厳密な単調増加関数により変換した効用プロファイルに関する社会的選好順序はもとの効用プロファイルに関する社会的選好順序と同一であることを要請している。ここで、効用関数の単調増加変換は効用の大小関係を維持することに注意されたい。 ψ_i , $i=1, \dots, n$ による変換は各個人の効用水準の比較順序は維持するので、同条件は各個人の選好順序が維持される限り不変であることを意味している。この場合、個人間での効用の大小関係がいかなるものであるかは社会的選好順序の形成に影響しない。この表現は個人間の効用比較が不可能であることを意味するとされている。

序数性と比較不可能性に関する不変性の条件は次の条件と同じ内容をもっている。

効用水準の個人内比較可能性(interpersonal level comparability)に関する不変性: Inv(IALC)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、全ての個人 $i \in N$ 、全ての選択肢 $x, y \in X$ について $u_i(x) \geq u_i(y)$ であるとき、そのときのみ $v_i(x) \geq v_i(y)$ であるならば $F(u) = F(v)$ である。

不変性の条件 $\text{Inv}(\text{IALC})$ と $\text{Inv}(\text{ON})$ が同値であることは、次の事実から明らかである。すなわち、任意の効用プロファイル $u, v \in U$ 、全ての個人 $i \in N$ 、全ての選択肢 $x, y \in X$ について $u_i(x) \geq u_i(y)$ であるとき、そのときのみ $v_i(x) \geq v_i(y)$ であることは、全ての個人 $i \in N$ 、全ての選択肢 $x \in X$ について $v_i(x) = \psi_i(u_i(x))$ となるような厳密な単調増加関数が存在することと同値である。(Bossert(1991)定理2.1)

$\text{Inv}(\text{ON})$ あるいは $\text{Inv}(\text{IALC})$ は、まさに Arrow(1963)が、彼の定理の前提に据えたのと同様に、社会的選好関係は、個人の選好順序のみに依拠するとする要請を示している。

序数的効用を用いる場合でも、必ずしも個人間で比較不可能となるわけではない。序数的効用を前提にしながら個人間の効用比較に意味があるとする条件は以下のようなかたちで与えられる。

効用の序数性と水準比較可能性(ordinality and comparability)に関する不変性： $\text{Inv}(\text{OC})$

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(\psi(u_1), \dots, \psi(u_n)) \in U^n(X)$ である単調増加変換 ψ に関して $F(u) = F(\psi(u_1), \dots, \psi(u_n))$ である。

効用の序数性と水準比較可能性に関する不変性の条件 $\text{Inv}(\text{OC})$ は、個人の効用関数について共通の厳密な単調増加関数により変換した効用関数の社会的選好順序はもとの個人効用関数のプロファイルの社会的選好順序と同一であることを要請している。そこでは、個人 i が選択肢 x から得る効用と個人 j が選択肢 y から得る効用の大小関係を問題とし、2つの効用プロファイルについて、異なる個人の異なる選択肢の間における効用の大小関係が両プロファイルの間で同一であるならば社会的選好順序は不変であることを要請している。しかしながら、個人 i の選択肢 x の効用と異なる個人 j の異なる選択肢 y の効用の大小関係が変わるならば、2つの効用プロファイルの社会的選好順序は不変とは限らない。これは各個人について選好順序が変わらない場合でも当てはまることに注意する必要がある。

不変性の条件 $\text{Inv}(\text{OC})$ の意味する内容を直接的に表現すると次のようになろう。

効用水準の個人間比較可能性(interpersonal level comparability)に関する不変性： $\text{Inv}(\text{IRLC})$

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、任意の個人 $i, j \in N$ 、全ての選択肢 $x, y \in X$ について $u_i(x) \geq u_j(y)$ であるとき、そのときのみ $v_i(x) \geq v_j(y)$ であるならば $F(u) = F(v)$ である。

Inv(ON)とInv(IALC)の場合と同様、Inv(OC)とInv(IALC)が同値であることは、次の事実から明らかである。すなわち、任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、任意の個人 $i, j \in N$ 、任意の選択肢 $x, y \in X$ について $u_i(x) \geq u_j(y)$ であるとき、そのときのみ $v_i(x) \geq v_j(y)$ であることは、全ての個人 $i \in N$ 、全ての選択肢 $x \in X$ について $v_i(x) = \psi(u_i(x))$ となるような厳密な単調増加関数が存在することと同値である。(Bossert(1991)定理2.2)

Inv(OC)あるいはInv(IALC)では、個人 i の選択肢 x の効用が個人 j の選択肢 y の効用よりも大きいというとき、効用の尺度が個人間で共通のものになっていることを前提としていることに注意が必要である。言い換えれば、これら2つの条件は、比較可能な共通の効用尺度が得られていることを含んでいる²⁾。

さて、各個人の効用が、序数性のみならず、基数性をもつ場合の不変性の条件は、主として以下のものが挙げられる。それらのなかで $\alpha_i, \alpha, \beta_i, \beta, i=1, \dots, n$ はスカラーである。

効用の基数性と比較不可能性(cardinality and noncomparability)に関する不変性：
Inv(CN)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(\alpha_1 u_1 + \beta_1, \dots, \alpha_n u_n + \beta_n) \in U^n(X)$ である全ての $\alpha_i > 0, \beta_i, i=1, \dots, n$ に関して $F(u) = F(\alpha_1 u_1 + \beta_1, \dots, \alpha_n u_n + \beta_n)$ である。

効用の基数性と比較不可能性に関する不変性の条件Inv(CN)は、各個人の効用関数に個別に適用される正のアフィン変換に対して社会的選好順序の不変性を要請している。これは効用の水準についても効用の差あるいは単位についても個人間比較を無意味とするものである。

次の不変性の条件は、正のアフィン変換において α_i が全ての個人で共通した α に限定するものである。

効用の基数性と単位比較可能性(cardinality and unit comparability)に関する不変性：
Inv(CU)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(\alpha u_1 + \beta_1, \dots, \alpha u_n + \beta_n) \in U^n(X)$ である全ての $\alpha > 0, \beta_i, i=1, \dots, n$ に関して $F(u) = F(\alpha u_1 + \beta_1, \dots, \alpha u_n + \beta_n)$ である。

不変性の条件Inv(CU)は、基数的効用の単位あるいは効用の差についてのみ個人間比較が意味を持つことを要請しているが、効用の水準については無意味とするものである。

Inv(CU)における変換を $\alpha = 1$ に限定した変換を対象とした不変性の条件は以下の変換尺

度の可測性に関する不変性の条件である。

変換尺度の可測性(translation-scale measurability)に関する不変性：Inv(TS)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(u_1 + \beta_1, \dots, u_n + \beta_n) \in U^n(X)$ である全ての β_i , $i=1, \dots, n$ に関して $F(u) = F(u_1 + \beta_1, \dots, u_n + \beta_n)$ である。

明らかなように、不変性の条件Inv(TS)はInv(CU)よりも弱い要請となっている。

次の不変性の条件Inv(CC)は、各個人の効用関数に共通の正のアフィン変換に対して社会的選好順序の不変性を要請している。

効用の基数性と完全比較可能性(cardinality and full comparability)に関する不変性：Inv(CC)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(\alpha u_1 + \beta, \dots, \alpha u_n + \beta) \in U^n(X)$ である全ての $\alpha > 0$, β に関して $F(u) = F(\alpha u_1 + \beta, \dots, \alpha u_n + \beta)$ である。

これは、基数的効用の差および水準の双方について個人間比較が意味をもつとするものである。Inv(CC)においても対象とするアフィン変換を $\alpha = 1$ に限定した場合を想定することができる。これは変換尺度の可測性と完全比較可能性に関する不変性の条件として表わされる。

変換尺度の可測性と完全比較可能性(translation-scale measurability and full measurability)に関する不変性：Inv(TSF)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ および $(u_1 + \beta, \dots, u_n + \beta) \in U^n(X)$ である全ての β , $i=1, \dots, n$ に関して $F(u) = F(u_1 + \beta, \dots, u_n + \beta)$ である。

ところで、基数的効用を前提とした社会的選好順序の不変性は、効用差の個人内あるいは個人間における比較に意味があるか否か(比較可能であるか否か)の観点から解釈されている。しかしながら、アフィン変換は効用差の大小関係を維持するものの効用差の大小関係はアフィン変換によってすべてが表わされるものではない。Bossert(1991)は、効用差の個人内または個人間における比較に基づくアプローチとアフィン変換に基づくアプローチの相違を明らかにしている。ここで、基数的効用を前提にした不変性の諸条件の意味をより明確にするために、両アプローチに関するBossert(1991)の分析を振り返ることにする。

Bossert(1991)は、各個人における効用差の比較が社会的選好順序の形成において意味

をもつ条件を導入した。これは、各個人の効用差の大小関係が維持される限り、社会的選好順序は不変であることを要請するものであり、形式的には以下のように規定される。

個人内効用差の比較可能性(intrapersonal difference comparability)に関する不変性：
Inv(IADC)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、全ての個人 $i = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y, z, w \in X$ に関して $u_i(x) - u_i(y) \geq u_i(z) - u_i(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) \geq v_i(z) - v_i(w)$ であるとき $F(u) = F(v)$ である。

不変性の条件Inv(IADC)は、選択肢が2つしか存在しないときには、効用差の比較は効用水準の比較と同じことになるので、この条件は選択肢が3つ以上のときに意味をもつことに注意されたい。

Inv(IADC)とInv(CU)の関係を見てみよう。Inv(IADC)はInv(CU)よりも強い要請であることが容易にわかる。これを証明するには、Inv(IADC)の前提がInv(CU)の前提よりも弱いことが示されればよい。まず、任意の個人 $i, j = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y, z, w \in X$ に関して $v_i(\cdot) = \alpha_i u_i(\cdot) + \beta_i, \alpha_i > 0$ とおけば、 $u_i(x) - u_i(y) \geq u_i(z) - u_i(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) \geq v_i(z) - v_i(w)$ が成り立つことは明らかである。他方、 $u_i(x) = 5, u_i(y) = 1, u_i(z) = 0, v_i(x) = 6, v_i(y) = 2, v_i(z) = 0$ であるとしよう³⁾。このとき、3つの選択肢 $x, y, z \in X$ について、 $v_i(\cdot)$ は $u_i(\cdot)$ のアフィン変換にはならない。したがって、個人内効用差の比較可能性に関する不変性では、 $v_i(\cdot) = \alpha_i u_i(\cdot) + \beta_i, \alpha_i > 0$ という関係にある以外の $u, v \in U^n(X)$ の組み合わせについても社会的選好関係が不変となるものが存在することを意味する。

また、Bossert(1991)は、個人間における効用差の比較について、各個人における2つの選択肢の効用差の個人間比較が意味をもつ場合と、異なる個人の間における2つの選択肢の効用差の比較が意味を持つ場合を区別している。Bossert(1991)は、前者を個人間効用差の弱い比較可能性と呼び、後者を個人間効用差の強い比較可能性と呼んだ。それぞれの場合において、効用差の大小関係が同一であるような2つの効用関数ベクトルは社会的選好順序が同一であるとする要請として不変性の条件を設定することができる。まず、個人間効用差の弱い比較可能性に関する不変性の条件は形式的には以下のように表される。

個人間効用差の弱い比較可能性(weak interpersonal difference comparability)に関する不変性：Inv(WRDC)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、任意の個人 $i, j = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y, z, w \in X$ に関して $u_i(x) - u_i(y) \geq u_j(z) - u_j(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) \geq v_j(z) - v_j(w)$ であるとき $F(u) = F(v)$ である。

不変性の条件Inv(WRDC)は、Inv(CU)よりも強い要請となっている。(Bossert(1991)定理3.2)実際、全ての選択肢 $x \in X$ および全ての個人 $i=1, \dots, n$ に関して、 $v_i(x) = \alpha u_i(x) + \beta_i$, $\alpha > 0$ とおくと $u_i(x) - u_i(y) \geq u_j(z) - u_j(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) \geq v_j(z) - v_j(w)$ が成立することは明らかである。他方、4つの選択肢 $x, y, z, w \in X$ のみが存在するとしよう。すなわち、 $X = \{x, y, z, w\}$ とする。 $u(x) = (5, 1, \dots, 1)$ 、 $u(y) = (0, 0, \dots, 0)$ 、 $u(z) = (3, 1, \dots, 1)$ 、 $u(w) = (0, 0, \dots, 0)$ 、 $v(x) = (6, 1, \dots, 1)$ 、 $v(y) = (0, 0, \dots, 0)$ 、 $v(z) = (4, 1, \dots, 1)$ 、 $v(w) = (0, 0, \dots, 0)$ とすると、 $u_i(x) - u_i(y) \geq u_j(z) - u_j(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) \geq v_j(z) - v_j(w)$ は成立しているが $v_i(x) = \alpha u_i(x) + \beta_i$, $i = 1, \dots, n$ と書き表すことはできない。このように、社会的選好関係が不変となるような2つの効用関数 u, v は、Inv(WRDC)では、 $v_i(x) = \alpha u_i(x) + \beta_i$ という関係にとどまらない効用関数 u, v の組み合わせを対象としている。

次に、個人間効用差の強い比較可能性に関する不変性は形式的には以下のように表わされる。

個人間効用差の強い比較可能性(strong interpersonal difference comparability)に関する不変性：Inv(SRDC)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、任意の個人 $i, j, k, l = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y, z, w \in X$ に関して $u_i(x) - u_j(y) \geq u_k(z) - u_l(w) \Leftrightarrow v_i(x) - v_j(y) \geq v_k(z) - v_l(w)$ であるとき $F(u) = F(v)$ である。

明らかに、Inv(WRDC)はInv(SRDC)を意味する。また、Inv(SRDC)がInv(CC)よりも強い条件になっていることは、Inv(WRDC)がInv(CU)を意味することの論証と同様に示される。

Inv(IADC)、Inv(WRDC)、Inv(SRDC)のそれぞれの条件における個人内および個人間効用差の比較は、いずれも効用差の大小関係を示しているだけであって効用差の大きさについては問わないとしている。Bossert(1991)は、これらに加えて、個人内または個人間の効用差それ自体に意味があるとする条件を導入している。

まず、個人内における効用差の可測性を前提にした条件は、各個人において、任意の2つの選択肢のペアについて効用差が等しい値をもつような2つの効用プロファイルに関して社会的選好順序は不変であることを要請している。これは形式的には以下のように表わされる。

個人内効用差の可測性(intrapersonal difference measurability)に関する不変性：Inv(IADM)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、全ての個人 $i = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y \in X$ 、および任意の実数 $c \in E$ に関して $u_i(x) - u_i(y) = c \Leftrightarrow v_i(x) - v_i(y) = c$ であるとき $F(u) = F(v)$ である。

また、個人内のみならず個人間においても効用差の可測性を前提にした条件は、異なる個人において、任意の2つの選択肢のペアについて効用差が等しい値をもつような2つの効用プロファイルに関して社会的選好順序は不変であることを要請している。これは形式的には以下のように表わされる。

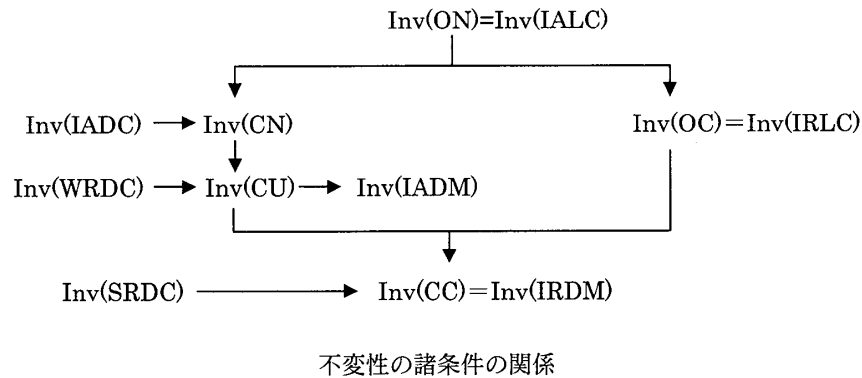
個人間効用差の可測性(interpersonal difference measurability)に関する不変性：
Inv(IRDM)

任意の効用プロファイル $u, v \in U^n(X)$ 、任意の個人 $i, j = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y \in X$ 、および任意の実数 $c \in E$ に関して $u_i(x) - u_j(y) = c \Leftrightarrow v_i(x) - v_j(y) = c$ であるとき $F(u) = F(v)$ である。

容易にわかるように、Inv(WRDC)はInv(IADM)を意味し、また、Inv(IADM)もInv(IRDM)より強い要請となっている。

Inv(IADM)はInv(TS)と同値である。これは次のように示される。まず、 $v_i(x) = u_i(x) + \beta_i$ であるとき、明らかに、 $u_i(x) - u_i(y) = c$ であるならば、 $v_i(x) - v_i(y) = c$ であり逆も成立する。他方、全ての個人 $i = 1, \dots, n$ および任意の選択肢 $x, y \in X$ について $u_i(x) - u_i(y) = v_i(x) - v_i(y)$ であるとき、 $y = \bar{y} \in X$ に固定すれば全ての選択肢 $x \in X$ について $v_i(x) = u_i(x) + v_i(\bar{y}) - u_i(\bar{y})$ と書ける。ここで、 $\beta_i = v_i(\bar{y}) - u_i(\bar{y})$ とおけば、Inv(TS)のアフィン変換となる。(Bossert (1991)定理3.4)

さて、以上から不変性の諸条件の関係は次のように言うことができる。まず、Inv(ON)のなかの単調増加変換 ψ_i , $i = 1, \dots, n$ は、Inv(OC)の単調増加変換 ψ やInv(CN), Inv(CU), Inv(CC)におけるアフィン変換を全て含んでいるから、Inv(ON)が成立することはInv(OC), Inv(CN), Inv(CU), Inv(CC)の全てが成立することを意味する。Inv(ON)とInv(IALC)、Inv(OC)とInv(IRLC)、Inv(CC)とInv(IRDM)はそれぞれ同値であるから、Inv(IALC)はInv(OC)、Inv(IRLC)、Inv(CN), Inv(CU), Inv(CC)、Inv(IRDM)を意味することになる。また、Inv(CN)の成立はInv(CU)を満たし、さらにInv(CU)の成立はInv(TS)=Inv(IADM)およびInv(CC)の成立を意味する。ただし、Inv(OC)あるいは Inv(IRLC)の成立はInv(CU)の成立を必ずしも意味せず、またInv(CU)もInv(OC)あるいは Inv(IRLC)を必ずしも満たさない。そして、Inv(TS)はInv(CC)を必ずしも意味しない。加えて、上述のように、Inv(IADC)はInv(CN)を意味する。さらに、Inv(WRDC)は、Inv(CU)およびInv(SRDC)を意味し、Inv(SRDC)はInv(CC)=Inv(IRDM)を意味する。このようにInv(ON)と Inv(IRLC)が社会厚生関数に対する最も強い制約条件を示し、Inv(CC)とInv(IRDM)は最も弱い制約条件になっている。これらのことをまとめると下図のように示される。



4. 功利主義とレクシミン原理

本節では、社会厚生汎関数 F は、定義域の非限定性のほかに、以下の条件を備えると想定する。

無関係な選択肢からの独立性(binary independence of irrelevant alternatives)

任意の2つの選択肢の社会的選好順序は、他の選択肢についての効用とは独立である。形式的には、任意の $u, v \in U^n(X)$ 、任意の $x, y \in X$ に関して、 $u(x) = v(x)$ かつ $u(y) = v(y)$ ならば、 $xR_u y \Leftrightarrow xR_v y$

パレート無差別(Pareto indifference)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ 、任意の選択肢 $x, y \in X$ に関して、全ての個人が x と y について同程度の効用をもつならば社会的選好は無差別となる。形式的には、

$$u(x) = u(y) \Rightarrow xI_u y$$

強パレート(strong Pareto)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ 、任意の選択肢 $x, y \in X$ に関して、パレート無差別の条件が成立することに加え、全ての個人が x について y と同程度以上の効用をもち、少なくとも一人の個人が x の方が y よりも大きい効用を得るならば y よりも x が社会的に厳密に選好される。形式的には、全ての $u \in U^n(X)$ 、任意の $x, y \in X$ について

$$(1) \quad u(x) = u(y) \Rightarrow xI_u y$$

$$(2) \quad u(x) > u(y) \Rightarrow xP_u y$$

ここで、 $>$ は効用プロファイルのうち少なくとも一人の個人について厳密な不等号が成立することを示す。

定義域の非限定性、無関係な選択対象からの独立性およびパレート無差別を合わせると次の強い中立性が導かれる。(Blackorby, Donaldson and Weymark(1984))

強い中立性(strong neutrality)

2つの選択肢 $x, y \in X$ の順序を決定する情報は、 x と y についての効用だけであり、非効用情報は無関係である。形式的には、すべての $u, v \in U^n(X)$ 、任意の $x, y, z, w \in X$ に関して、 $u(x) = v(z)$ かつ $u(y) = v(w)$ ならば、 $xR uy \Leftrightarrow zR vw$

次の事実は、厚生主義定理(welfareism theorem)として知られている。(Bossert(1991)定理4.1)社会厚生汎関数が、定義域の非限定性および強い中立性を満たすとき全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ 、任意の選択肢 $x, y \in X$ に関して、 $xR uy$ であるときそのときのみ $u(x)R^*u(y)$ となるような E^n 上の選好順序 R^* が存在する。この R^* はGevers(1979)によって社会厚生順序(social welfare ordering)と呼ばれた。社会厚生順序 R^* の存在は、効用プロファイルのみによって選択肢の社会的選好順序が定まることを示しており、厚生主義を意味していると見なされる。

匿名性(anonymity)

社会的選好順序を形成するのに、個人個人の区別をあえてする必要がない。つまり、所定の水準の効用を得る個人が誰であるかは無関係である。形式的には、任意の $u, v \in U^n(X)$ について、 $\pi(i)$ が $i=1, \dots, n$ の置換であるとき $u_i(x) = v_{\pi(i)}(x)$, $i=1, \dots, n$ ならば、 $F(u) = F(v)$ である。

功利主義型社会厚生汎関数は次のように定義される。

功利主義型社会厚生汎関数(utilitarian social welfare functional)

全ての効用プロファイル $u \in U^n(X)$ 、任意の選択肢 $x, y \in X$ に関して、

$$\sum u_i(x) \geq \sum u_i(y) \Leftrightarrow xR uy$$

d'Aspremont and Gevers(1977)は、功利主義が、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性および基数性と単位比較可能性に関する不変性Inv(CU)によって特徴づけられることを示した。ここで、Inv(CU)は、変換尺度の可測性に関する不変性Inv(TS)、あるいはInv(TS)と同値である個人内効用差の比較可能性に関する不変性Inv(IADC)に置き換えることによって功利主義を特徴づけることができる。

定理2. 定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性に加えて、変換尺度の可測性に関する不変性Inv(TS)あるいは個人内効用差の比較可能性による不変性Inv(IADC)を満たすときそのときのみFは功利主義型社会厚生汎関数になる。

(証明) d'Aspremont and Gevers(1977)の定理3により、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性および基数性と単位比較可能性に関する不変性Inv(CU)を満たすときそのときのみFは功利主義型社会厚生汎関数になる。その証明の過程から、Inv(CU)は変換尺度の可測性に関する不変性Inv(TS)に置き換えることができる。そして、Inv(TS)と個人内効用差の比較可能性による不変性の条件Inv(IADC)の同値関係から定理の結果を得る。

他方、レクシミン型社会厚生汎関数は形式的には次のように定義される。

レクシミン型社会厚生汎関数(leximin social welfare functional)

まず、任意の効用プロファイル u の要素を、適当な置換により効用の低い順に並べたものを $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \dots, \tilde{u}_n)$ とする。すなわち、 $\tilde{u}_1 \leq \tilde{u}_2 \leq \dots \leq \tilde{u}_n$ である。

全ての $u \in U^n(X)$ 、任意の $x, y \in X$ に関して、遡昇順で m 番目の個人において(m は正の整数で $1 \leq m \leq n$)

(1) 全ての $r < m$ について、 $\tilde{u}_r(x) = \tilde{u}_r(y)$

かつ

(2) $\tilde{u}_m(x) > \tilde{u}_m(y)$

であるとき、そのときのみ $x P_u y$ である。

これは、 P_u 、 I_u 、 R_u の関係から、明らかに $\tilde{u}(x) = \tilde{u}(y)$ のとき $x I(u) y$ である。そして、(1)(2)が成り立つか、または $\tilde{u}(x) = \tilde{u}(y)$ が成り立つとき $x R_u y$ となる。

レクシミン原理を特徴づけるには、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性および序数性と比較可能性に加え、分離可能性および最小公平性の条件が必要となる。

分離可能性(separability)

任意の $u, v \in U^n(X)$ において

(1) 全ての個人 $i \in M$ について、 $u_i(\cdot) = v_i(\cdot)$

かつ

(2) $\forall j \in N \setminus M$ について、 u_j, v_j は一定値関数、

つまり任意の $x, y \in X$ に関して $u_j(x) = u_j(y)$ かつ $v_j(x) = v_j(y)$
となるような $M \subset N$ が存在するならば、 $R_u = R_v$ である。

分離可能性は、 N の部分集合 M に属さない個人においてはそれぞれ全ての選択肢が無差別となっている場合には、 M に属する個人の効用関数がそれぞれ同一であるならば、社会厚生汎関数は同一でなければならないことを意味している。 $N \setminus M$ に属する個人の効用水準が互いに異なるとしても、それは社会厚生汎関数に影響を与えない。すなわち、社会厚生汎関数の形成には M に属する個人の効用関数にのみ依存し、どの選択肢が選ばれるかに無関心な個人には依存しない。

最小衡平性(minimum equity)

(1) 全ての個人 $h \in N \setminus \{i, j\}$ について $u_h(x) = u_h(y)$

かつ

(2) $u_i(y) < u_i(x) < u_j(x) < u_j(y)$

であるとき $x R_u y$ となるような効用プロファイル $u \in U^n(X)$ 、選択肢 $x, y \in X$ 、個人 $i, j \in N$ が存在する。

最小衡平性は、選択肢 x と y について i と j 以外の個人は全て等しい効用を得るが、選択肢 x と y のいずれにおいても個人 i の効用が個人 j の効用より大きく、また、個人 i にとっては x の効用が y の効用より大きいが、個人 j にとっては y の効用が x の効用より大きくなっている場合には、社会は x を y よりも少なくとも同程度に選好することを述べている。これは、(1)(2)が意味するような衡平性を実現するケースが少なくとも一つは存在するという意味で最小限の衡平性を保証することの要請である。

定理3. 定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性、分離可能性および最小衡平性の条件に加え、序数性と比較可能性に関する不変性($\text{Inv}(\text{OC})$) または効用水準の個人間比較可能性に関する不変性($\text{Inv}(\text{IRLC})$)を満たすときそのときのみ F はレクシミン型社会厚生関数となる。

(証明) d'Aspremont and Gevers(1977)の定理7により、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性、序数性と比較可能性に関する不変性($\text{Inv}(\text{OC})$)、分離可能性および最小衡平性を満たすときそのときのみ F はレクシミン型社会厚生汎関数になる。そして、 $\text{Inv}(\text{OC})$ と $\text{Inv}(\text{IRLC})$ の同値関係から定理の結果を得る。

Bossert(1991)が示したように、功利主義型の社会厚生汎関数は、WRDCを満たさない。(定理4.4)これは、2つの選択肢 $x, y \in X$ および3人の個人 $i=1, 2, 3$ について次の効用関数プロフィール u, v が与えられた例によって容易に示される⁴⁾。

$$u(x)=(1,2,7) \quad u(y)=(3,4,1) \quad v(x)=(1,2,5) \quad v(y)=(3,4,2)$$

明らかなように、Inv(WRDC)に従えば、 $R_u=R_v$ でなければならない。しかしながら、功利主義型社会厚生汎関数によれば、 $x P_u y$ であるが、 $y P_v x$ である。

このように、個人と個人の間で、効用差の大小関係が維持されているだけでは、功利主義は成立しない。この事実から、功利主義の基礎となる情報について以下のことが明白になる。

功利主義は、個人間の効用比較が可能であることを必要とする指摘がしばしばなされてきた。しかしながら、これは正しくない。個人の効用水準を互いに比較していずれが高い効用を得ているかの情報は必要ないのである。他方、功利主義を具体的な状況において適用する場合には、効用の差についての情報は必要である。しかしながら、各個人の選択肢に関する効用差が個人の間で比較できるとしてもその大小関係を把握するだけでは不十分である。上の例から明らかなように、功利主義は、各個人における効用差の順序が不変であれば社会的選好順序も不変であるという要請とは相容れない。効用差の大きさそのものが問題となるのである。

他方、レクシミン原理もInv(WRDC)を満たさない。実際、上述の例において、レクシミン型の社会厚生汎関数によれば、 $x L_u y$ であるが、 $y P_v x$ である。Inv(WRDC)は、効用差の大小関係が維持されていれば、効用水準の個人間にわたる序列が変化しても社会的選好順序は不変であることを要請しているが、レクシミン原理の場合には、効用差に関する情報は必要ではないが、個人間にわたって効用水準の序列づけが社会的選好順序の形成に影響する。

定理2によれば、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性の下では、Inv(TS)を満たすのは功利主義だけである。ところで、Inv(WRDC)はInv(TS)よりも強い条件であり、Inv(TS)の成立を必然的に意味する。しかしながら、上で述べたように、功利主義はInv(WRDC)を満たさないから、定義域の非限定性、無関係な選択肢からの独立性、強パレート、匿名性の下では、Inv(WRDC)を満たす社会厚生汎関数は存在しない。(再びBossert(1991)定理4.4)

さて、定理2と定理3で明らかにされているように、Inv(TS)の要請を含む社会選択ルールは功利主義であり、Inv(IRLC)の要請を含む社会選択ルールはレクシミン原理である。ここで、通常の解釈に代えて、効用水準や効用差の比較が完全に可能であるという前提のもとにInv(TS)とInv(IRLC)を読み替えてみる。このとき、Inv(TS)は、各個人ごとに効用が外

生的要因で増減しても社会的選好順序は影響を受けないことを意味する。また、Inv(IRLC)は、2つのプロファイルをあわせて個人間にわたる効用水準の序列が同じならば、効用差の大きさや個人間での効用差の大小比較が実際にどのように変化しようともそれらは社会的選好順序には反映されない。一方で、Inv(IRLC)は、各個人ごとの効用の外生的な変化によって社会的選好順序が影響を受ける場合があるとも読むことができる。

このような解釈に基づいて功利主義とレクシミン原理の相違を詳しく見てみよう⁵⁾。

以下のような単純な例を想定する。社会厚生順序 R^* が存在することを前提とし、4つの効用の組み合わせ、 $u=(1,10,20)$, $v=(2,8,15)$, $w=(1,2,20)$ および $z=(2,0,15)$ を考えよう。 w は u に比べて、個人1と個人3の効用は等しいままで、個人2の効用が8だけ少ない。また、 z は v に比べて、やはり個人1と個人3の効用は等しいままで、個人2の効用が8だけ少ない。ここで u と v の選好順序と w と z の選好順序の比較に注目しよう。功利主義に従えば、 u が v よりも選好され、同時に w が z よりも選好される。一方、レクシミン原理に従えば、 u よりも v が選好され、 z が w よりも選好される。

政策\状況	s1	s2
x	$u=(1,10,20)$	$w=(1,2,20)$
y	$v=(2,8,15)$	$z=(2,0,15)$

我々の例は、より具体的には次のようなケースと考えることができる。2つの政策 x, y が選択肢として取り上げられたとする。一方、政策は変わらないままでも個人に関する状況変化により効用が変化することがあるとする。選択肢(政策)以外の(個人的事情を含む)状況を示す要因を $s1$ と $s2$ とし、政策 x が実行されたとき、状況 $s1$ であれば効用の組み合わせ u が対応し、状況 $s2$ であれば効用の組み合わせ w が対応するとしよう。一方、政策 y が実行されたとき、状況 $s1$ であれば効用の組み合わせ v が対応し、状況 $s2$ であれば効用の組み合わせ z が対応するとしよう。 u と w の差、あるいは v と z の差である個人2の効用の変化8は、個人2の個人的事情によるものである場合がこの想定に該当する。功利主義による社会的選好順序は不変性の条件Inv(TS)を反映している。Inv(TS)の要請は、政策 x の政策 y に対する社会的選好順序は、政策の相違とは独立の個人的事情の変化による影響は考慮せず、不変であるというものである。

他方、レクシミン原理は、Inv(TS)の要請を含んでいない。レクシミン原理を形成する条件の一つInv(IRLC)は、すべての個人に関する効用の序列に変更がない場合には、社会的選好順序は不変であることを要請するが、序列に変化が生じた場合には必ずしも社会的選好順序は不変であることを求めない。従って、政策とは無関係な個人的事情により引き起こ

された効用の変化についても社会的選好順序は影響を受けることがある。事実、レクシミン原理によれば、状況が s_1 から s_2 に変化するのに伴い、個人の効用の序列は変化しており、採用すべき政策は、 y から x に変更されるであろう。

このように、社会的選好順序を決定する政府当局が功利主義に立つ場合には、政策により影響を受けない、個人の喜びや悲しみには全く関知しないとするのに対し、レクシミン原理に立つ場合には、そのような個人的な喜びや悲しみであっても政府当局は考慮の対象とするのである。

効用に関する情報の量という点に目を向けると、d'Aspremont and Gevers(1977)は、序数的な効用水準の序列だけに関する情報を求めるInv(IRLC)の方が基数的な効用差の大きさに関する情報を求めるInv(TS)(Inv(CU))よりも情報収集のコストの観点から要請がゆるいゆえにレクシミン原理を採用しがちであると指摘した(p.204)。これとは対照的に、我々の解釈に基づくならば、個人的事情による効用の変化に関する情報を、功利主義では必要としないが、レクシミン原理では必要とするので、より多くの人口を抱える社会に対しては、功利主義よりもレクシミン原理の方が、その適用において大きな情報収集のコストを伴うことになるだろう。したがって、d'Aspremont and Gevers(1977)は個人間効用比較が可能であれば両原理の適用に関する費用の差は問題とならなくなると述べているが(p.204)、我々の考察では、それとは異なり、情報コストの観点からすればむしろ功利主義を社会に適用するのが容易であると判断できよう。

5. 結語的覚書

Arrow(1963)は、「序数的効用を主張する近代の見解の本質的趣旨は、識別できないものを同一視するライプニッツの原理の応用である。観察可能な相違のみが説明の基礎として使用できる」と述べている(p.109邦訳173頁)。この観点からは、不変性の条件は、それぞれ、効用水準や効用差の大小比較を行うなかで、識別できないものが何かを表しており、それに応じて種々の条件に分かれていると見ることができる。たとえば、効用水準の個人間比較可能性に関する不変性Inv(IRLC)の場合には、識別できないものは効用差であり、個人間効用差の弱い比較可能性に関する不変性Inv(WRDC)の場合には、効用差の大小関係は識別できても効用差の程度までは識別できないことを前提としている。そして、それぞれの識別できない状況について、社会的選好順序は不変とする要請となっている。

しかしながら、私見によれば、識別できない2つの状況について同等と見なすことが適切か否かは疑問なしとはしない。実際、たとえば、 $u_i(x)$ と $u_j(y)$ の比較においていずれが大きいか判別できないことは両者が同等であることを必ずしも意味しない。Robbins(1935)は、

効用の個人間比較が「慣例的な評価」に過ぎず、その客観的判断基準はないことを強調したが、比較可能でないものを同一視することを主張しているわけではない。

本稿で我々は、不変性の諸条件を個人間の効用比較可能性を示すとする解釈を離れ、不変性の条件の異なる読み方をした。このとき、功利主義やレクシミン原理の導出は、効用水準や効用差の、個人内または個人間の比較が(客観的でなく慣例的な評価として社会の合意を得るかたちでも)なされるとしたときに、不変性の条件のなかに具現されている、効用水準や効用差を社会的選好にいかに関与させるかに関する判断によることになる。そこでは、識別できないのではなく、明確に識別されるものについて社会的選好順序の形成に際しあえて無視するという規範的判断がなされているのである。

注

- 1) R_u の表記はBossert (1991)にならう。
- 2) Robbins(1935)はまさにこの点に不信感を示したわけである。
- 3) 4) Bossert(1991)の証明における例を修正して用いた。
- 5) 同様の考察は拙稿(2000)において行っている。

参考文献

- Arrow,K.J.(1963)(1st ed.(1951)), *Social Choice and Individual Values*, 2nd ed.,New Haven:
Yale University Press(長名寛明訳『社会的選択と個人的評価』日本経済新聞社、昭和52年).
- Blackorby,C., D.Donaldson and J.A.Weymark(1984), "Social choice with interpersonal utility comparisons:
a diagrammatic introduction", *International Economic Review*,25,pp.327-356.
- Bossert,W.(1991), "On intra- and interpersonal utility comparisons", *Social Choice and Welfare*,8,pp.207-219.
- d'Aspremont,C.(1985), "Axioms for social welfare orderings", In L.Hurwicz,D.Schmeidler, and
H.Sonnenschein(eds.), *Social Goals and Organization*, Ch.2, pp.19-76.
Cambridge University Press.
- d'Aspremont,C.and L.Gevers(1977), "Equity and the informational basis of collective choice",
Review Economic of Studies,44, pp.199-209.
- Gevers,L.(1979), "On interpersonal comparability and social welfare orderings", *Econometrica*,47,pp.75-89.
- Hammond,P.J.(1976), "Equity, Arrow's conditions and Rawl's difference principle",
Econometrica,44,pp.793-804.

May, K.O. (1952), "A set of independent necessary and sufficient conditions for simple majority decision," *Econometrica*, 20, pp. 680-684.

森 統 (2000) 「公理に基づく社会選択ルールー功利主義 v.s. レクシミン原理」
『上武大学商学部紀要』第12巻第1号 pp. 23-52.

Robbins, L. (1935), *An Essay on the Nature and Significance of Economics Science*, 2nd ed.,
London Macmillan (中山伊知郎監修、辻六兵衛訳『経済学の本質と意義』東洋経済新報社、1957年).

Sen, A.K. (1970) *Collective choice and social welfare*. Holden-Day, San Francisco.

鈴木興太郎・後藤玲子 (2001) 『アマルティア・センー経済学と倫理学ー』実教出版.